

Chapitre 8

QCM

1 b. Le taux d'intérêt peut être exprimé pour des périodes de durée différente, mais la période choisie doit être cohérente avec celle du calcul des intérêts. Un taux proportionnel est différent d'un taux équivalent. Un taux proportionnel résulte d'un simple calcul de proportion entre les périodes. Un taux équivalent est un taux qui donne le même résultat avec l'application des intérêts composés sur des périodes différentes.

2 c. Le taux d'intérêt nominal est un taux mensuel fourni par les banques et permet de réaliser des calculs financiers.

3 a. La méthode des intérêts composés est utilisée quand les intérêts sont calculés sur un capital augmenté des intérêts déjà produits ; le placement ou le prêt ont une échéance supérieure à un an. Cette méthode permet de calculer la valeur acquise d'un capital, mais aussi la valeur actuelle.

4 b. La formule $C_0 \times (1 + i)^n$ est une formule d'intérêts composés permettant de calculer la valeur acquise par un capital placé pendant n périodes.

5 a. La formule $C_0 \times i / [1 - (1 + i)^{-n}]$ permet de déterminer le montant des n annuités constantes d'un emprunt.

6 b. c. L'actualisation consiste à déterminer la valeur actuelle d'un capital futur et est utilisée pour calculer le TEG d'un crédit. On peut actualiser en utilisant la méthode des intérêts simples si sur la période, les intérêts ne portent pas intérêt.

7 b. c. La formule $A \times [1 - (1 + i)^{-n}] / i$ permet de calculer la valeur empruntée correspondant à un remboursement de n annuités. La réponse c est identique, mais sa formulation est moins précise. En effet, la formule peut être utilisée pour actualiser un placement de n annuités constantes.

8 b. c. La formule $A \times [(1 + i)^n - 1] / i$ permet de calculer la valeur acquise de n annuités constantes. La réponse c est identique, mais plus précise. Elle concerne uniquement un placement constitué par n versements constants. La valeur d'un capital C_0 placé pendant n périodes est calculée grâce à la formule $C_0 \times (1 + i)^n$.

9 a. b. c. Le taux de rendement actuariel : toutes les réponses sont correctes.

10 a. c. Pour un taux nominal de 12 % par an, le taux proportionnel mensuel est de $0,12/12 = 1\%$ et le taux mensuel équivalent est de $(1,12)^{1/12} - 1 = 0,949\%$. Le taux équivalent trimestriel est de $(1,12)^{3/12} - 1 = 2,87\%$ et non de 3 % qui est le taux trimestriel proportionnel et non équivalent.

11 b. La durée du placement est de 3 mois. Le placement est à intérêts simples. Les intérêts acquis sont de $50\,000 \times 0,3\% \times 3 = 450\text{€}$.

12 a. Il faut déterminer la valeur acquise d'une suite de 60 placements mensuels de 200 €.

$$\text{Valeur acquise } (C_{60}) = 200 \times [(1,002^{60} - 1)]/0,002 = 12\,736.$$

13 c. Il s'agit de déterminer la valeur actuelle d'une suite de 10 annuités constantes de 8 000 € : Valeur actuelle $(C_0) = 8\,000 \times [1 - (1,04^{-10})]/0,04 = 64\,887\text{€}$.

14 c. Le taux d'intérêt mensuel équivalent au taux annuel est solution de l'équation suivante : $1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$

$$(1,06)^{1/12} = 1 + i_m$$

$$i_m = 0,486\%.$$

15 b. Il faut appliquer la formule de la valeur actuelle d'une suite de 20 mensualités constantes de 180 € :

$$\text{Valeur actuelle } (C_0) = 180 \times [1 - 1,005^{-20}] / 0,005 = 3\,418\text{€}.$$

Exercices

1 HASAN ET YASMINA

1. Calculer la valeur acquise par le capital prêté à Yasmina par Hasan.

$$5\,000 \times (1 + 0,05 \times 6/12) = 5\,125 \text{ €}.$$

2. Déterminer le taux d'intérêt réel si l'inflation est de 1,5%.

$$1,05/1,015 - 1 = 3,45 \%$$

3. Sans tenir compte de l'inflation, déterminer le taux d'intérêt sur lequel il faudrait se mettre d'accord si Hasan voulait récupérer un capital de 5 300 € au bout d'un an.

$$5\,300 = 5\,000 \times (1 + i \times 1), \text{ soit } i = 6 \%$$

2 PAUL

1. Calculer la somme perçue par Paul dans 5 ans ainsi que le montant des intérêts acquis.

Il convient de déterminer la valeur acquise par ce placement d'un capital unique à intérêts composés.

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

$$C_n = 10\,000 \times (1 + 0,04)^5 = 12\,167 \text{ €}.$$

Intérêts acquis : valeur acquise – capital initial

$$\text{Soit } 12\,167 - 10\,000 = 2\,167 \text{ €}.$$

2. Déterminer le taux d'intérêt mensuel auquel Paul devrait placer les 10 000 € pour obtenir dans 6 mois 10 100 € ? Calculez le taux annuel équivalent.

Il convient de résoudre l'équation suivante :

$$10\,100 = 10\,000 \times (1 + i_m)^6$$

$$i_m = 0,1659 \%$$

Calcul du taux d'intérêt annuel équivalent au taux mensuel :

$$1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$$

$$1 + i_a = (1 + 0,001659)^{12}.$$

Le taux d'intérêt annuel équivalent au taux mensuel est de 2 %.

3. Calculer le capital que Paul devrait placer au taux annuel de 3 % pour obtenir dans 4 ans 10 400 €.

Soit C_0 le capital initial qu'il faut placer. Il convient de résoudre l'équation suivante :

$$10\,400 = C_0 \times (1 + 0,03)^4$$

soit $C_0 = 9\,240,27 \text{ €}$.

3 MACHINO

1. Distinguer pour chaque projet la valeur historique et la valeur d'usage des machines A et B et calculez les valeurs d'usage (flux monétaires actualisés) des 2 machines.

La valeur historique des deux machines est leur coût d'acquisition, soit 50 000 € pour la machine A et 75 000 € pour la machine B. Leur valeur d'usage correspond aux flux monétaires actualisés procurés par ces machines.

Pour la machine A : $C_0 = 13\,300 \times [1 - 1,06)^{-5}] / 0,06$ soit 56 024 €.

Pour la machine B : $C_0 = 15\,000 \times 1,06^{-1} + 15\,000 \times 1,1 \times 1,06^{-2} + 15\,000 \times 1,1^2 \times 1,06^{-3} + 15\,000 \times 1,1^3 \times 1,06^{-4} + 15\,000 \times 1,1^4 \times 1,06^{-5}$ d'où $C_0 = 76\,300 \text{ €}$.

2. Pour chaque projet, déterminer à quel taux les flux prévisionnels futurs sont équivalents à l'investissement initial

Pour la machine A, on cherche t tel que $50\,000 = 13\,300 \times [1 - (1 + t)^{-5}] / t$; la solution peut être trouvée soit par la méthode d'extrapolation linéaire, soit grâce à une calculatrice permettant de résoudre cette équation, soit en utilisant la fonction TIR d'un tableur; $t = 10,33 \%$

Pour la machine B, on cherche t tel que $75\,000 = 15\,000 \times (1 + t)^{-1} + 15\,000 \times 1,1 \times (1 + t)^{-2} + 15\,000 \times 1,1^2 \times (1 + t)^{-3} + 15\,000 \times 1,1^3 \times (1 + t)^{-4} + 15\,000 \times 1,1^4 \times (1 + t)^{-5}$; $t = 6,60 \%$

3. Choisir un des deux projets en justifiant votre choix.

Le taux actuariel est plus important pour le projet A que pour le projet B. Donc sur ce critère, il faut choisir le projet A.