

Chapitre 8

QCM

- 1 b.** La valeur d'un bien peut être mesurée par son utilité, et non obligatoirement par son coût historique, ou sa valeur vénale.
- 2 c.** Le taux d'intérêt nominal est un taux mensuel fourni par les banques et permet de réaliser des calculs financiers.
- 3 a.** La méthode des intérêts composés est utilisée quand les intérêts sont calculés sur un capital augmenté des intérêts déjà produits ; le placement ou le prêt ont une échéance supérieure à un an. Cette méthode permet de calculer la valeur acquise d'un capital, mais aussi la valeur actuelle.
- 4 b.** La formule $C_0 \times (1 + i)^n$ est une formule d'intérêts composés permettant de calculer la valeur acquise par un capital placé pendant n périodes.
- 5 a.** La formule $C_0 \times i / [1 - (1 + i)^{-n}]$ permet de déterminer le montant des n annuités constantes d'un emprunt.
- 6 b. c.** L'actualisation consiste à déterminer la valeur actuelle d'un capital futur et est utilisée pour calculer le TEG d'un crédit. On peut actualiser en utilisant la méthode des intérêts simples si sur la période, les intérêts ne portent pas intérêt.
- 7 b. c.** La formule $A \times [1 - (1 + i)^{-n}] / i$ permet de calculer la valeur empruntée correspondant à un remboursement de n annuités. La réponse c est identique, mais sa formulation est moins précise. En effet, la formule peut être utilisée pour actualiser un placement de n annuités constantes.
- 8 b. c.** La formule $A \times [(1 + i)^n - 1] / i$ permet de calculer la valeur acquise de n annuités constantes. La réponse c est identique, mais plus précise. Elle concerne uniquement un placement constitué par n versements constants. La réponse a correspond à la valeur acquise par le placement d'un capital unique placé pendant n périodes (d'où la méthode des intérêts composés) pour lequel la valeur acquise est calculée grâce à la formule $C_0 \times (1 + i)^n$.
- 9 a. b. c.** Le taux de rendement actuariel : toutes les réponses sont correctes.

10 a. c. Pour un taux nominal de 12 % par an, le taux proportionnel mensuel est de $0,12/12 = 1\%$ et le taux mensuel équivalent est de $(1,12)^{1/12} - 1 = 0,949\%$. Le taux équivalent trimestriel est de $(1,12)^{3/12} - 1 = 2,87\%$ et non de 3 % qui est le taux trimestriel proportionnel et non équivalent.

11 b. La durée du placement est de 3 mois. Le placement est à intérêts simples. Les intérêts acquis sont de $50\,000 \times 0,3\% \times 3 = 450\text{ €}$.

12 a. Il faut déterminer la valeur acquise d'une suite de 60 placements mensuels de 200 €.

Valeur acquise (C_{60}) = $200 \times [(1,002^{60} - 1)]/0,002 = 12\,736$.

13 c. Il s'agit de déterminer la valeur actuelle d'une suite de 10 annuités constantes de 8 000 € : Valeur actuelle (C_0) = $8\,000 \times [1 - (1,04^{-10})]/0,04 = 64\,887\text{ €}$.

14 c. Le taux d'intérêt mensuel équivalent au taux annuel est solution de l'équation suivante : $1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$

$$(1,06)^{1/12} = 1 + i_m$$

$$i_m = 0,486\%$$

15 b. Il faut appliquer la formule de la valeur actuelle d'une suite de 20 mensualités constantes de 180 € :

$$\text{Valeur actuelle } (C_0) = 180 \times [1 - 1,005^{-20}] / 0,005 = 3\,418\text{ €}$$

Exercices

1 HASAN ET YASMINA

1. Calculer la valeur acquise par le capital prêté à Yasmina par Hasan.

$$5\,000 \times (1 + 0,05 \times 6/12) = 5\,125 \text{ €}.$$

2. Déterminer le taux d'intérêt réel si l'inflation est de 1,5%.

$$1,05/1,015 - 1 = 3,45 \%$$

3. Sans tenir compte de l'inflation, déterminer le taux d'intérêt sur lequel il faudrait se mettre d'accord si Hasan voulait récupérer un capital de 5 300 € au bout d'un an.

$$5\,300 = 5\,000 \times (1 + i \times 1), \text{ soit } i = 6 \%$$

2 PAUL

1. Calculer la somme perçue par Paul dans 5 ans ainsi que le montant des intérêts acquis.

Il convient de déterminer la valeur acquise par ce placement d'un capital unique à intérêts composés.

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

$$C_n = 10\,000 \times (1 + 0,04)^5 = 12\,167 \text{ €}.$$

Intérêts acquis : valeur acquise – capital initial

$$\text{Soit } 12\,167 - 10\,000 = 2\,167 \text{ €}.$$

2. Déterminer le taux d'intérêt mensuel auquel Paul devrait placer les 10 000 € pour obtenir dans 6 mois 10 100 € ? Calculez le taux annuel équivalent.

Il convient de résoudre l'équation suivante :

$$10\,100 = 10\,000 \times (1 + i_m)^6$$

$$i_m = 0,1659 \%$$

Calcul du taux d'intérêt annuel équivalent au taux mensuel :

$$1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$$

$$1 + i_a = (1 + 0,001659)^{12}.$$

Le taux d'intérêt annuel équivalent au taux mensuel est de 2%.

3. Calculer le capital que Paul devrait placer au taux annuel de 3% pour obtenir dans 4 ans 10 400 €.

Soit C_0 le capital initial qu'il faut placer. Il convient de résoudre l'équation suivante :

$$10\,400 = C_0 \times (1 + 0,03)^4$$

soit $C_0 = 9\,240,27$ €.

3 MACHINO

1. Distinguer pour chaque projet la valeur historique et la valeur d'usage des machines A et B et calculez les valeurs d'usage (flux monétaires actualisés) des 2 machines.

La valeur historique des deux machines est leur coût d'acquisition, soit 50 000 € pour la machine A et 75 000 € pour la machine B. Leur valeur d'usage correspond aux flux monétaires actualisés procurés par ces machines.

Pour la machine A : $C_0 = 13\,300 \times [1 - 1,06^{-5}] / 0,06$ soit 56 024 €.

Pour la machine B : $C_0 = 15\,000 \times 1,06^{-1} + 15\,000 \times 1,1 \times 1,06^{-2} + 15\,000 \times 1,1^2 \times 1,06^{-3} + 15\,000 \times 1,1^3 \times 1,06^{-4} + 15\,000 \times 1,1^4 \times 1,06^{-5}$ d'où $C_0 = 76\,300$ €.

2. Pour chaque projet, déterminer à quel taux les flux prévisionnels futurs sont équivalents à l'investissement initial

Pour la machine A, on cherche t tel que $50\,000 = 13\,300 \times [1 - (1 + t)^{-5}] / t$; la solution peut être trouvée soit par la méthode d'extrapolation linéaire, soit grâce à une calculatrice permettant de résoudre cette équation, soit en utilisant la fonction TIR d'un tableur; $t = 10,33$ %

Pour la machine B, on cherche t tel que $75\,000 = 15\,000 \times (1 + t)^{-1} + 15\,000 \times 1,1 \times (1 + t)^{-2} + 15\,000 \times 1,1^2 \times (1 + t)^{-3} + 15\,000 \times 1,1^3 \times (1 + t)^{-4} + 15\,000 \times 1,1^4 \times (1 + t)^{-5}$; $t = 6,60$ %

3. Choisir un des deux projets en justifiant votre choix.

Le taux actuariel est plus important pour le projet A que pour le projet B. Donc sur ce critère, il faut choisir le projet A.

Cas de synthèse

LES ÉTABLISSEMENTS GERMAIN

1. Caractériser la valeur des 10 actions SAFRAN acquises le 1^{er} janvier N.

Les actions SAFRAN sont acquises sur le marché financier ; elles ont donc une valeur de marché.

2. Présenter l'équation permettant de déterminer le taux de rendement actuariel de ce placement.

Le taux de rendement actuariel de ce placement est le taux d'actualisation t qui assure l'équivalence entre les sommes décaissées (acquisition de l'action) et les flux de revenus encaissés (dividendes et prix de vente de l'action).

Il est possible de raisonner sur une seule action :

$$40 = 2 \times (1 + t)^{-1} + 1,50 \times (1 + t)^{-2} + (2,40 + 4) \times (1 + t)^{-3}$$

3. Calculez le taux de rendement de cette action.

La résolution de cette équation nécessite l'utilisation d'une calculatrice financière ou d'un tableur.

La résolution de l'équation précédente donne $t = 7,22\%$.

4. Calculer la mensualité constante.

Pour déterminer la mensualité constante (A), il faut utiliser la formule de l'actualisation d'une suite de mensualités constantes, soit :

$$A = C0 \times i / [1 - (1 + i)^{-n}]$$

La durée doit être exprimée en nombre de mois (ici 12 mois).

$$A = 5\,000 \times 0,004 / [1 - 1,004^{-12}]$$

La mensualité s'élève à 427,58 €.

5. En déduire le taux réel mensuel ainsi que le TEG (taux proportionnel annuel) de cet emprunt.

Pour déterminer le taux réel de l'emprunt (t), il faut utiliser la formule de calcul de la valeur actuelle d'une suite de mensualités constantes. La variable à déterminer est le taux d'actualisation.

Montant emprunté : $5\,000 - 4\% \times 5\,000 = 4\,800 \text{ €}$.

Montant décaissé : $427,58 + 10 = 437,58 \text{ €}$.

$$4\,800 = 437,58 \times [1 - (1 + t)^{-12}] / t$$

La résolution de cette équation donne $t = 1,41\%$; pour passer au taux proportionnel annuel, il suffit de multiplier ce taux par 12 ; le TEG est donc de $1,41 \times 12$ soit $16,92\%$.

6. Commenter le résultat obtenu.

On constate que le TEG est bien supérieur au taux affiché ; en effet, le taux proportionnel correspondant à un taux mensuel de $0,4\%$ est de $4,80\%$. Le TEG qui prend en compte les frais complémentaires (frais de dossier et assurance) est de $16,92\%$.